به نام خدا

هوش مصنوعی

فصل هشتم

منطق مرتبه اول

FIRST-ORDER LOGIC

مقدمه:

❖ منطق گزاره‌ای هستی شناسی بسیارمحدودی دارد و فقط برای دنیایی که شامل حقایق باشد، تعهد قبول می‌کند و این امر بازنمایی مسائل ساده را نیز مشکل ساخته است. برای همین متأسفانه، منطق گزاره ای نمی تواند برای بازنمایی محیط های پیچیده استفاده شود.

❖ در این فصل، منطق مرتبه اول را مورد بررسی قرار می دهیم که برای بازنمایی دانش روزمره بسیار مفید است. به این منطق، منطق مسندها هم گفته می شود.

❖ همچنین در مورد ماهیت زبان های بازنمایی دانش صحبت می کنیم. هدف، بررسی انگیزه استفاده از منطق مرتبه اول است که نسبت به منطق گزاره ای، بیان قوی تری دارد.

نمایش دانش:

- ما با زبان های مختلفی آشنا هستیم: زبان های برنامه نویسی، منطق گزاره ای، زبان طبیعی و... که هر کدام از این زبان ها برای نمایش دانش و استنتاج روی آن، با کاستی ها و مشکلاتی روبرو هستند.

- زبان های برنامه نویسی دارای ویژگی های زیر هستند:

1. برای نمایش و ذخیره دانش، از **ساختمان های داده** استفاده می کنند و نحوه نمایش **"موردی"** و **"وابسته به دامنه"** است
2. زبان های برنامه نویسی، فاقد راهکار های کلی برا استنتاج و کسب حقایق جدید از حقایق موجود اند. این زبان ها از **رهیافت های رویه ای** برای استنتاج استفاده می کنند، یعنی برای انجام هر پردازشی روی دانش، باید یک رویه (تابع) نوشته شود
3. زبان های برنامه نویسی نمی توانند **اطلاعات ناقص** را اداره کنند.

نمایش دانش (ادامه):

- زبان منطق گزاره ای دارای ویژگی های زیر است:

1. یک زبان اعلانی است (توصیفی یا **declarative**)، زیرا معنای جملات آن به رابطه درستی بین جملات و جهان های ممکن بستگی دارد
2. دارای قدرت بیانی کافی برای اداره کردن "اطلاعات ناقص" با استفاده از ترکیب فصلی و نقیض است
3. دارای "قابلیت ترکیب" است یعنی معنای یک جمله از روی معنای بخش های آن به دست می آید
4. فاقد قدرت بیانی کافی برای تشریح دقیق محیطی پیچیده با اشیا زیاد است
5. مثالی از منطق گزاره ای:

یک حقیقت p ⟹ "حسین پدر حمید است"

نمایش دانش (ادامه ۲):

❖زبان های طبیعی دارای ویژگی هایی به شرح زیر هستند:

1. قدرت بیان و بازنمایی بالایی دارند و به اصطلاح، expressive هستند
2. زبان های طبیعی، "غیر ترکیبی" اند و معنای یک جمله، علاوه بر اجزای آن، به زمینه (context) آن جمله نیز بستگی دارد و یا به عبارتی برای فهمیدن معنای یک جمله، باید به جملات قبل و بعد از آن نیز توجه کرد
3. زبان های طبیعی، "مبهم" هستند و ابهام باعث می شود استدلال کردن دشوار شود
4. هر چند مدت ها به زبان طبیعی به عنوان یک زبان اعلانی برای نمایش دانش نگریسته می شد اما دیدگاه جدید این است که زبان طبیعی، وسیله ای برای "برقراری ارتباط" است

منطق مرتبه اول (First-order logic):

❖منطق مرتبه اول تعهدات هستی شناسانه قوی‌تری را نسبت به منطق گزاره‌ای ایجاد می کند. بر خلاف منطق گزاره ای که فرض می کند دنیا از "حقایق" تشکیل شده است. منطق مرتبه اول، همانند زبان طبیعی، فرض می کند که دنیا شامل موارد زیر است:

❖ اشیا (Objects): دنیا شامل اشیائی است که از طریق خصوصیاتشان (Properties) از هم قابل تمایزاند. برای مثال هر فرد، هر یک از اعداد یا رنگ ها، گودال ها و وامپوس هر کدام یک شی را نشان می دهند. مثالی از خواص نیز شامل قرمز، گرد، غیرواقعی، رسمی و... است

❖ رابطه ها (Relations): در بین اشیا می تواند روابط مختلفی وجود داشته باشد. رابطه ها به طور کلی به دو دسته تقسیم می شوند؛ "رابطه یکانی" (خاصیت ها) که رابطه هایی هستند که فقط در ارتباط با یک شی هستند مثل قرمز بودن یا اول بودن و "رابطه چند تایی" که دو یا چند شی را به هم ربط می دهند، مثل برادری یا بزرگتر بودن

❖توابع (Functions): نوع خاصی از رابطه ها هستند که یک یا چند شی را به دقیقا یک شی دیگر ربط می دهند. مثلا "پدر" یک تابع است چون هر شخصی را به دقیقا یک شی (پدر آن شخص) ربط می دهد (هر شخص فقط یک پدر دارد)

منطق مرتبه اول (ادامه):

- ما ادعا نمی‌کنیم که دنیا واقعا از اشیاء و روابط بین آنها ساخته شده است، بلکه این جداسازی به ما کمک می‌کند تا بهتر در مورد دنیا قضاوت کنیم
- منطق مرتبه اول قادر است تا حقایقی را در مورد تمام اشیاء جهان بیان دارد
- اگرچه منطق مرتبه اول، موجودیت اشیاء و روابط آنها را ممکن می‌سازد، اما هیچ تعهد هستی شناسی را برای چیزهایی مثل طبقات، زمان و حوادث قبول نمی کند
- منطق مرتبه اول از این نظر جهانی است که قادر است تا هر چیزی را که **قابل برنامه‌ریزی** باشد، بیان کند

مثالی از منطق مرتبه اول: حسین پدر حمید است. در نتیجه:

1. **اشیاء**: حسین و حمید
2. **روابط**: پدر بودن

منطق مرتبه اول (ادامه ۲):

❖ مثالی از منطق مرتبه اول: پرنده بال دارد. در نتیجه:

1. **اشیاء**: پرنده – بال
2. **رابطه**: داشتن

❖مثالی از منطق مرتبه اول: یک به اضافه دو می شود سه. در نتیجه:

1. **اشیاء**: یک – دو – سه
2. **رابطه**: تساوی
3. **تابع**: عمل جمع

گرامر زبان منطق مرتبه اول:

Sentence → **Atomic Sentence**
| **Sentence Connective Sentence**
| **Quantifier Variable,… Sentence**
| **¬ Sentence**
| **(Sentence)**

Atomic Sentence → **Predicate(Term ,…)** | **Term= Term**

Term → **Function(Term ,…)**
| **Constant**
| **Variable**

گرامر زبان منطق مرتبه اول (ادامه):

Connective	→	$\neg \mid \wedge \mid \vee \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow$
Quantifier	→	$\forall \mid \exists$
Constant	→	**A** $\mid$ $\mathbf{X_1}$ $\mid$ **John** $\mid$ **…**
Variable	→	**a** $\mid$ **v** $\mid$ **x** $\mid$ **…**
Predicate	→	**Before** $\mid$ **Has Color** $\mid$ **Raining** $\mid$ **…**
Function	→	**Mother Of** $\mid$ **Add** $\mid$ **…**

سمبل ها و تفاسیر:

- عناصر اصلی نحو منطق مرتبه اول، سمبل هایی است که نشان دهنده **اشیاء**، **رابطه ها** و **توابع** هستند
- سمبل ها به سه دسته تقسیم می شوند:
- **سمبل های ثابت** (Constant Symbols): برای اشاره به اشیاء به کار می روند. یک تفسیر می‌بایست معین کند که کدام شی توسط کدام سمبل ثابت در اشیاء ارجاع داده می‌شود. هر سمبل ثابت، دقیقا به **اسم یک شی** نامگذاری می‌شود، اما تمام اشیاء نیازی به داشتن نام ندارند و بعضی از آنها می‌توانند چند اسم داشته باشند. مثال:

Examples: X , Y , George , 154 , H1 , Hamid

سمبل ها و تفاسیر (ادامه):

- **سمبل های گزاره** (Predicate Symbols): یک تفسیر معین می‌کند که یک سمبل گزاره، به یک رابطه ویژه در مدل رجوع می‌کند. روابط موجود بین اشیاء را مشخص می کند. مثال:

Examples: Brother , Tired

- **سمبل های تابع** (Function Symbols): بعضی از روابط تابع هستند، بدین معنا که هر شئ دقیقا به شئ دیگری توسط رابطه رجوع می‌کند. مثال:

Examples: fatherOf , distanceBetween

ترم ها (Terms):

- ترم عبارتی منطقی است که به یک شی اشاره می کند. بنابراین، سمبل های ثابت، ترم هستند اما همیشه استفاده از یک سمبل متمایز برای نامگذاری شی، راحت نیست
- معانی رسمی ترم‌ها بسیار صریح و روشن است
- تفسیر، یک رابطه تابعی ارجاع داده شده توسط سمبل تابع و اشیاء ارجاع داده شده توسط واژه‌ها را اختصاص می‌دهد که آرگومان‌هایش هستند

ترم = تابع (ترم۱ ، ترم۲ ، ... ، ترم n) یا ثابت یا متغیر

جملات اتمی (Atomic sentences):

- می توانیم با استفاده از **ترم هایی برای ارجاع به اشیاء** و **گزاره هایی برای ارجاع به روابط**، جملات اتمی به وجود آوریم، که حقایق را پایه‌گذاری می‌کنند
- جملات اتمی، **ترکیب ترم های اشیاء** و گزاره **روابط ها** هستند

جملات اتمیک = محمول (ترم۱ ، ترم۲ ، ... ، ترم n) یا ترم ۱ = ترم۲

- جملات اتمی شامل مسند، همراه با ترم هایی در داخل پرانتز هستند. جمله اتمی زیر نشان می دهد که Richard و john برادرند:

Brother (Richard,John)

- آرگومان ها، ممکن است ترم های پیچیده باشد. تفسیر جمله زیر این است که پدر Richard با مادر john ازدواج کرده است.

Married (Father (Richard) , Mother (john))

جملات پیچیده:

❖ ما می‌توانیم از رابط های منطقی برای تشکیل جملات پیچیده‌تر فقط در محاسبات گزاره‌ای استفاده کنیم. با ترکیب جملات اتمیک و روابط منطقی می توان جملات پیچیده تری ساخت:

$$\neg S \quad , \quad S1 \wedge S2 \quad , \quad S1 \vee S2 \quad , \quad S1 \Rightarrow S2 \quad , \quad S1 \Leftrightarrow S2$$

$$Male(x) \wedge mother(z , x) \wedge mother(z , y) \Rightarrow brother(x , y)$$

$$Brother(Richard , John) \wedge Brother(John , Richard)$$

$$King(Richard) \vee King(John)$$

$$\neg King(Richard) \Rightarrow King(John)$$

مثالی از جملات پیچیده

سورها (Quantifiers):

- در منطق مرتبه اول می توان به جای ارزیابی اشیا با استفاده از نام آن ها، تمامی خصوصیات همه یا برخی از اشیاء را بازنمایی کرد. این امر با استفاده از سورها ممکن می گردد. زمانی که ما منطقی در اختیار داریم که شامل اشیاء است، طبیعی است که ذکر خواص کلی اشیاء را بر **شمارش اشیاء** توسط نام ترجیح می‌دهیم. سورها به ما اجازه این کار را می‌دهند.

- منطق مرتبه اول دارای دو سور استاندارد است:

1. **سور عمومی** (universal): یک حقیقت یا خاصیت را به **تمام** اشیاء موجود در مسئله نسبت می دهد و با نماد $\forall$ نمایش داده می شود
2. **سور وجودی** (existential): یک حقیقت یا خاصیت را به بعضی اعضای یک مجموعه نسبت می دهد و با نماد $\exists$ نمایش داده می شود

سورها (ادامه):

❖ **سور عمومی** (Universal Quantification): شما یک جمله را می توانید به صورت **$\forall x\ P$** که P یک عبارت منطقی است. تصور کنید P معادل با ترکیب عطفی ($\wedge$) تمام جملات حاصل شده توسط جانشینی نام یک شی برای متغیر x هرجا که در P ظاهر شود، است. جمله زیر بیان می کند که جمله P برای هر شی x درست است:

$\forall$ <متغیر ها> <جمله>

❖ مثال:

$$\forall x\ King(x) \Rightarrow Person(x)$$

سورها (ادامه ۲):

❖**سور وجودی** (Existential Quantification): می توان جمله را به صورت **∃x P** که P یک عبارت منطقی است تصور کرد. می تواند به عنوان معادلی برای ترکیب فصلی (∨) جملات بدست آمده **توسط جانشینی اسم یک اشیاء** برای متغیر x، تصور شود. جمله زیر بیان می کند که P حداقل برای یک شی x درست است

∃ <متغیر ها> <جمله>

❖ مثال:

∃x Crown(x) ∧ OnHead(x , John)

❖مثال دو: Spot خواهری دارد که گربه است:

∃x sister(x , spot) ∧ cat(x)

سورها (ادامه ۳):

❖مثالی دیگر: فرض کنید در پایگاه دانش اشیائی به نام های Rebecca، Felix، John و Richard وجود داشته باشد. معنی جمله $\exists x\ sister(x , spot) \wedge cat(x)$ در پایین آمده است:

$$sister(Rebecca , spot) \wedge cat(Rebecca) \vee$$
$$sister(Felix , spot) \wedge cat(Felix) \vee$$
$$sister(John , spot) \wedge cat(John) \vee$$
$$sister(Richard , spot) \wedge cat(Richard)$$

❖ نکته: اگر ارزش حداقل یکی از جملات زیر درست باشد ارزش جمله بالایی درست می باشد

سورها (ادامه ۴):

❖**سورهای لانه‌ای** (Nested Quantifiers): با استفاده از چند سور می توانیم جملات پیچیده تری بسازیم. برای تمام x ها و تمام y ها اگر x پدر y باشد پس y فرزند x است:

$$\forall x \forall y \;\; parent(x,y) \Rightarrow child(y,x)$$

❖خصوصیات سورها:

1. $\forall y \; \forall x$ مشابه $\forall x \; \forall y$ می باشد
2. $\exists y \; \exists x$ مشابه $\exists x \; \exists y$ می باشد

نکته: $\exists x \; \exists y$ می تواند به صورت $\exists x,y$ نوشته شود و این عمل برای $\forall$ به همینگونه است.

سورها (ادامه ۵):

❖ مثال:

1. هر شخص، هر شخصی را دوست دارد به عبارتی $\forall x \forall y \ Likes(x,y)$
2. هر شخص توسط هر شخص دیگر دوست داشته می شود به عبارتی $\forall y \forall x \ Likes(x,y)$

نکته: $\forall x \exists y$ مشابه عبارت $\forall x \forall y$ نیست. همچنین $\exists x \forall y$ نیز مشابه $\forall y \exists x$ نمی باشد.

❖ مثال:

1. هر شخص، حداقل یک فرد را دوست دارد به عبارتی $\forall x \exists y \ Likes(x,y)$
2. یک شخص وجود دارد که همه او را دوست دارند به عبارتی $\exists y \forall x \ Likes(x,y)$

نکته: دو سور وجودی و عمومی از طریق تناقض با هم در ارتباط هستند. بدلیل اینکه $\forall$ در واقع رابط عاطفی در دنیای اشیاء است و $\exists$ رابط فصلی است، تعجب آور نخواهد بود که آن ها از قوانین دمورگان پیروی کنند.

سورها (ادامه ۶):

هر کس از هویج تنفر دارد ≡ کسی وجود ندارد که هویج را دوست داشته باشد

$\forall x \neg like(x , parsnips) \equiv \neg\exists x\ like(x , parsnips)$

همه بستنی را دوست دارند ≡ کسی نیست که بستنی را دوست نداشته باشد

$\forall x\ like(x , Ice\ cream) \equiv \neg\exists x\ \neg like(x , Ice\ cream)$

$$\neg\exists x\, P \equiv \forall x \neg P \qquad \neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$
$$\neg\exists x \neg P \equiv \forall x\, P \qquad \neg(\neg P \vee \neg Q) \equiv P \wedge Q$$
$$\neg\forall x\, P \equiv \exists x \neg P \qquad \neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$
$$\neg\forall x \neg P \equiv \exists x\, P \qquad \neg(\neg P \wedge \neg Q) \equiv P \vee Q$$

سورها (ادامه ۷):

- متغیر آزاد: متغیری که توسط هیچ سوری تعریف نشده باشد:

$$\exists y\ Likes(x,y)$$

نکته: x آزاد و y مقید است.

- **جمله خوش فرم** (well-formed formula یا به اختصار wff): جملاتی که تمام متغیرهای موجود در آن توسط سور تعریف شده باشند

- **تساوی** (Equality): به غیر از گزاره ها و ترم هایی که قبلا به آنها اشاره کردیم، می‌توانیم از سمبل تساوی یا به لاتین Equality Symbol برای ساختن عباراتی که **دو ترم به یک شی مشابه** اشاره می کنند، استفاده کنیم.

تساوی:

نکته: در منطق مرتبه اول به غیر از به کارگیری مسند ها، برای ساخت جملات اتمی راه دیگری نیز وجود دارد. همانطور که گفتیم ما می توانیم از علامت تساوی برای ساختن جملاتی که در آن دو ترم به شی یکسانی اشاره می کنند، استفاده کنیم.

- سمبل تساوی می‌تواند به منظور شرح خواص یک تابع داده شده، استفاده شود. این سمبل همچنین می‌تواند با علامت نقیض برای نشان دادن عدم تشابه دو شی استفاده شود.

- همانطور که گفتیم، برای تعیین درستی جمله تساوی باید دید که آیا ارجاع ها به دو ترم، اشیای یکسانی اند یا خیر. به عنوان مثال: ریچارد حداقل دو برادر دارد:

$$\exists x,y \ \text{Brother}(x, \text{Richard}) \ \wedge \ \text{Brother}(y,\text{Richard}) \wedge \ \neg(x=y)$$

سور یکتایی ∃! (Uniqueness):

❖ سور یکتای یعنی راه دقیقی برای گفتن اینکه یک شی منحصر به فرد یک گزاره را قانع می‌کند، وجود ندارد.
بعضی از مؤلفان علامت $\exists!\ x\ King(x)$ را استفاده می کنند

❖ جمله بالا بدین معناست که "یک شی منحصر به فرد x وجود دارد که King(x) را قانع می‌کند" یا غیر رسمی تر بگوییم دقیقا یک King وجود دارد. که معادل است با:

$$\exists x\ king(x) \wedge \forall y\ king(y) \Rightarrow x=y$$

❖ مثال: هر کشور فقط یک قانون گذار دارد یعنی:

$$\forall c\ Country(c) \Rightarrow \exists!\ x\ Ruler(x, c)$$

عملگر یکتایی ι:

❖ما از ∃! را برای مفهوم یکتایی استفاده می‌کنیم. علامت ι که در واقع نمایانگر حرف یونانی iota است توسط جمله ιx P(x) عموما برای بازنمایی مستقیم شی مورد نظر استفاده می‌شود

❖مثال: تنها قانون گذار Freedonia مرده است:

Dead(ιx Ruler(x,freedonia))

که معادل است با:

∃! x Ruler(x, freedonia) ∧ ∀s Ruler(s,freedonia) ⇒ Dead(s)

پایان فصل هشتم